REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ◈◈◈ **EXAMEN DU BACCALAUREAT** SESSION DE JUIN **2014**	Epreuve : **MATHEMATIQUES** Durée : 3 H Coefficient : 3
Section : **Sciences techniques**	**Session de contrôle**

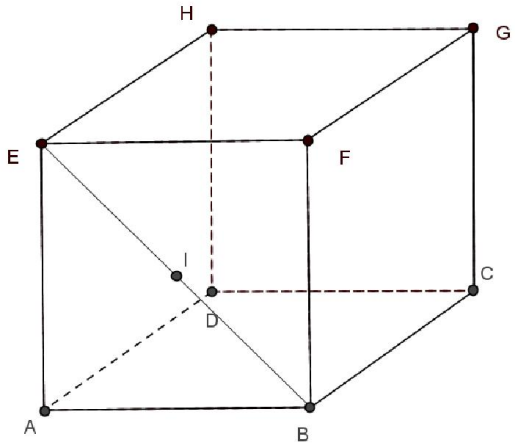
Le sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3.

Exercice 1 (3 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse correcte vaut 0.75, une réponse fausse ou l'absence d'une réponse vaut 0 point.

Dans la figure ci-contre ABCDEFGH est un cube d'arrête 1.

On désigne par I le milieu du segment [EB].



1) La distance du point I au plan (HGC) est égale à :

a) 1 b) 0 c) $\frac{1}{2}$

2) L'intersection de la sphère S, de centre I et de rayon $\frac{1}{2}$, avec le plan (EFH) est :

a) Le vide b) un point c) un cercle

3) Le produit scalaire $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{GB}$ est égal à :

a) 1 b) -2 c) 0

4) Le vecteur $\overrightarrow{FD}\wedge\overrightarrow{FE}$ est égal à :

a) $\overrightarrow{DC}$ b) $\overrightarrow{BF}$ c) $\overrightarrow{AH}$

Exercice 2 (6 points)

1) Soit dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^2-(\sqrt{2}+2+i\sqrt{2})z+2(\sqrt{2}+i\sqrt{2})=0$.

a- Vérifier que 2 est une solution de (E).

b- Déduire l'autre solution de (E).

2) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectives $z_A=2$ et $z_B=\sqrt{2}+i\sqrt{2}$.

a- Mettre z_B sous forme exponentielle.

b- Placer le point B dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$.

www.bac.org.tn

3) Soit le point C d'affixe $z_C = 2 + z_B$.

a- Placer le point C dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$.

b- Montrer que le quadrilatère OACB est un losange.

c- Vérifier que $1+e^{i\frac{\pi}{4}} = \left(e^{-i\frac{\pi}{8}} + e^{i\frac{\pi}{8}}\right)e^{i\frac{\pi}{8}}$

d- En déduire que $z_C = 4\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)e^{i\frac{\pi}{8}}$.

e- Montrer que $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{2}-1$.

Exercice 3 (6 points)

I) On donne ci-dessous le tableau de variation de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^x - x - 1$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
g'(x)		-	0	+	
g	$+\infty$	↘	g(0)	↗	$+\infty$

1) Calculer g(0).

2) Déterminer le signe de g(x), pour $x \in \mathbb{R}$.

II) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x+2)e^{-x} + x - 2$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) a- Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

b- Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$. Interpréter graphiquement le résultat.

c- Montrer que la droite $\Delta : y = x - 2$ est une asymptote à la courbe (C) au voisinage de $(+\infty)$.

d- Étudier la position relative de (C) et Δ.

2) a- Calculer $f'(x)$ et vérifier que pour tout réel x ; $f'(x) = e^{-x}g(x)$.

b- Dresser le tableau de variation de f.

3) a- Montrer que O est un point d'inflexion à la courbe (C).

b- Tracer la droite Δ et la courbe (C) dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

www.bac.org.tn

4) Soit λ un réel strictement supérieur à -2.

On désigne par $A(\lambda)$ l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite Δ et les droites d'équations $x = -2$ et $x = \lambda$.

a- En intégrant par parties $\int_{-2}^{\lambda}(x+2)e^{-x}dx$, montrer que $A(\lambda) = e^2 - (\lambda+3)e^{-\lambda}$

b- Calculer $\lim\limits_{\lambda \to +\infty} A(\lambda)$.

Exercice 4 (5 points)

Pour contrôler la qualité de son produit, une usine de fabrication de machines effectue deux tests. Le premier test pour vérifier la partie électrique et le deuxième test pour vérifier la partie mécanique du produit. Les deux tests sont faits indépendamment l'un de l'autre.
On constate que :

- 81 % des machines n'ont aucun défaut.
- 10 % des machines ont un défaut électrique.
- Parmi les machines ayant un défaut électrique, 30 % ne présentent pas de défaut mécanique.

On note les événements suivants:

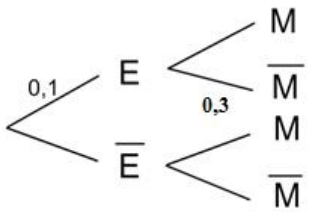
E : « la machine présente un défaut électrique »

M : « la machine présente un défaut mécanique »

1) a- Déterminer $p(E)$ et $p(\overline{E} \cap \overline{M})$.

b- En déduire que $p(\overline{M}/\overline{E}) = 0,9$.

2) a- Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous associé à cette situation.



b - Montrer que $p(M) = 0,16$

c - Soit p la probabilité qu'une machine présente au moins un des deux défauts.

Montrer que $p = 0,19$.

3) On effectue le contrôle de 20 machines.

On désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de machines qui présentent au moins un des deux défauts.

a- Justifier que X suit une loi binomiale et préciser les paramètres de cette loi.

b- Calculer la probabilité que deux exactement des 20 machines présentent au moins un des deux défauts.

www.bac.org.tn